

Metrologia CZ.1

Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Metrologia:

W najogólniejszym podejściu metrologia jest nauką o pomiarach, które z kolei są najważniejszą częścią składową procesu empirycznego (doświadczalnego) poznania rzeczywistości fizycznej.

Metrologia CZ.1

Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Pomiar:

Pomiar można zdefiniować jako **procedurę doświadczalną (eksperymentalną) wykonywaną w celu wyznaczenia wartości wielkości mierzonej za pomocą specjalistycznych narzędzi technicznych – narzędzi pomiarowych, które bezpośrednio lub pośrednio realizują porównywanie wielkości z jednostką jej miary, a także, przy potrzebie, poprzez wykonywanie pewnych procedur obliczeniowych.**

Metrologia CZ.1

Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Ogólnie mówiąc pomiar ma na celu empiryczne (doświadczalne) odwzorowanie właściwości obiektów i zjawisk zachodzących w nich w odpowiednie liczby, na podstawie których naukowcy wytworzą modele fizyczne i matematyczne tych obiektów i zjawisk.

Cały historyczny postęp nauk ścisłych (fizycznych, technicznych) oraz powstających technik i technologii nierozłącznie związany jest z rozwojem miernictwa i metrologii.

Metrologia CZ.1

Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Z pomiarem są związane :

- **obiekt pomiarowy** (badany) z wielkością mierzoną (menzurand);
- **narzędzi pomiarowe**;
- **warunki pomiarowe**;
- **metody i narzędzia opracowania wyników pomiaru**;
- **wyniki pomiaru**;
- **parametry (charakterystyki) jakości (dokładności) wyniku**;
- **inne składowe** (obserwator, transmisja, wizualizacja, archiwizacja danych pomiarowych itp.).

Metrologia CZ.1

Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Obiekt pomiarowy (badany)

Obiektami pomiaru mogą być:

- ciało fizyczne;
- system ciał fizycznych;
- substancja;
- zjawiska fizyczne powiązane z ciałami i substancjami.

Metrologia CZ.1

Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Obiekt pomiarowy (badany)

Na przykład obiektem pomiarowym może być transformator elektryczny zbudowany z kilku uzwojeń na rdzeniu ferromagnetycznym - system ciał fizycznych lub pole magnetyczne wytworzone poprzez przepływ prądów w uzwojeniach - zjawisko powiązane z tymi ciałami oraz inne.

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Wielkość fizyczna

Obiekty pomiarowe charakteryzują się różnymi cechami (właściwościami jakościowymi).

Przy tym ta sama cecha może być właściwą różnym obiektom, substancjom itp.

Na przykład, masa jest właściwą dla Ziemi (Kuli Ziemskiej) i piłki do futbolu, i pigułki lekarstwa, i też dla nośnika ładunku elektrycznego – elektronu.

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Wielkość fizyczna

Ta sama cecha może być właściwą różnym obiektom, substancjom itp.

Na przykład, napięciem elektrycznym charakteryzują się różne obiekty i zjawiska powiązane z nimi, zwłaszcza:

- i rozładowanie piorunowe,
- i linia elektroenergetyczna,
- i bateria komórki,
- i elektryczne procesy zachodzące w komórce tkanki biologicznej.

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Wielkość fizyczna

Jednak **ilościowo** ta sama cecha (właściwość jakościową) w różnych obiektach, substancjach i zjawiskach przejawia się różnie, w jednych więcej a w innych mniej.

Każda z takich cech (właściwości jakościowych) obiektu, która może być większą lub mniejszą ilościowo nazywana jest **wielkością fizyczną**, którą można zmierzyć.

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Przykładami wielkości fizycznych są:

- masa,
- długość,
- natężenie prądu elektrycznego,
- rezystancja,
- pojemność oraz indukcyjność elementów obwodów elektrycznych,
- natężenie pola magnetycznego,
- moc, energia,
- okres i częstotliwość,
- temperatura,
- wilgoć
- oraz wielu i wielu innych, które mogą być mniejszymi lub większymi.

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Rodzaje wielkości fizycznych

W zależności od gałęzi nauki i techniki wielkości fizyczne można podzielić na następujące:

- wielkości przestrzeni (długość, powierzchnia, objętość itp.);
- wielkości czasu i zjawisk okresowych (interwały czasowe, częstotliwość, kąt przesuwu fazowego itp.);
- wielkości mechaniczne (siła, moment, ciśnienie itp.);
- wielkości cieplne (temperatura, pojemność cieplna, ilość ciepła itp.);
- wielkości elektryczne (potencjał, siła elektromotoryczna, prąd, rezystancja, konduktancja, dielektryczna stała, pojemność, itp.);
- wielkości magnetyczna (indukcja magnetyczna, przenikalność magnetyczna, strumień magnetyczny itp.);
- wielkości promieniowania akustycznego (natężenie dźwięku, rezystancja akustyczna, szybkość dźwięku oraz inne);

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

W zależności od gałęzi nauki i techniki wielkości fizyczne można podzielić na następujące:

- wielkości przestrzeni (długość, powierzchnia, objętość itp.);
- wielkości czasu i zjawisk okresowych (interwały czasowe, częstotliwość, kąt przesuwu fazowego itp.);
- wielkości mechaniczne (siła, moment, ciśnienie itp.);
- wielkości cieplne (temperatura, pojemność cieplna, ilość ciepła itp.);
- wielkości elektryczne (potencjał, siła elektromotoryczna, prąd, rezystancja, konduktancja, dielektryczna stała, pojemność, itp.);
- wielkości magnetyczna (indukcja magnetyczna, przenikalność magnetyczna, strumień magnetyczny itp.);
- wielkości promieniowania akustycznego (natężenie dźwięku, rezystancja akustyczna, szybkość dźwięku oraz inne);

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

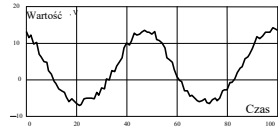
Wielkością mierzoną (ang. – the **measurand**) może być: konkretna **wielkość fizyczna** konkretnego obiektu (na przykład SEM (siła elektromotoryczna) akumulatora bez obciążenia);

– **parametr** (parametry) wielkości fizycznej, procesu, pola (na przykład, amplituda, częstotliwość oraz faza sygnału harmonicznego, amplitudy i fazy składowych harmonicznych sygnału okresowego, stała czasowa samo rozładowania baterii akumulatora jako interwał czasowy po upływie którego SEM zmniejszy się do pewnego poziomu);

– **zależności** pomiędzy wielkościami fizycznymi lub ich parametrami (na przykład zależność napięcia wyjściowego baterii akumulatora od wartości obciążenia oraz temperatury).

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Wielkości mierzone
Proces zmiany napięcia w czasie

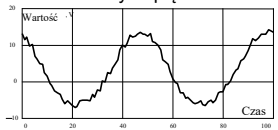


Jeśli zachodzi mowa o **procesie** $x(t)$, wtedy można mierzyć jego różne parametry:

wartości chwilowe x_i w dowolny moment czasowy t_i
maksymalną wartość procesu X_{max}
wartość średnią X_{sr} (składową stałą)
wartość skuteczną X_{RMS}

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Wielkości mierzone
Proces zmiany napięcia w czasie



Zawartość składowych harmonicznych (THD);
Okres i podstawową częstotliwość;
Oraz inne

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Miara i wartość wielkości

Ilościową zawartością pewnej właściwości obiektu fizycznego lub zjawiska jest **miarą (rozmiarem)** wielkości mierzonej.

Prądy elektryczne, które przepływają w tkankach biologicznych żywych organizmów, podczas ładowania akumulatora oraz rozładowania piorunowego, odwzorują tą samą właściwość fizyczna jednak ilościowo zdecydowanie się różnią. Można powiedzieć, że miara (rozmiar) tych prądów jest różną.

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Miara i wartość wielkości

Ilościową zawartością pewnej właściwości obiektu fizycznego lub zjawiska jest **miarą (rozmiarem)** wielkości mierzonej.

Termin „miara” w metrologii wykorzystuje się wieloznaczno: jednostka miar, układ miar, wzorzec miar inne,

jednak rozmiar wielkości odwzoruje obiektywną zawartość pewnej właściwości charakteryzującej konkretny obiekt, niezależnie mierzymy czy nie mierzymy tą wielkość.

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Miara i wartość wielkości

W procesie pomiaru eksperymentalnie jest wyznaczana przybliżona ocena rozmiaru wielkości – to jest **wartość wielkości** mierzonej.

Wartością wielkości mierzonej jest eksperymentalna ocena jej rozmiaru w postaci pewnej liczby N_{xq} rozmiarów q jednorodnej z nią wielkości, która nazywa się **jednostką miary**:

$$x = N_{xq} \cdot q$$

gdzie N_{xq} – bezwymiarowa liczba – nazywana liczbowa wartość wielkości mierzonej

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne
Miara i wartość wielkości

Na przykład, jeśli mówimy (piszemy) że:
„wartość napięcia elementu baterii 1,5 wolta”,
wtedy liczba 1,5 jest liczbą wartością napięcia
przy jednostce miary napięcia **wolt**.

Rozmiar tego samego napięcia elementu baterii
może być przedstawiony inną wartością liczbową
1500 przy jednostce miliwolt:
wartość napięcia 1500 miliwoltów.

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne
Miara i wartość wielkości

Inny przykład: długość drutu do nawijania cewki
10,16 metra – wartość liczbowa 10,16 przy
jednostce miary długości **metr**
lub długość tego samego drutu 400 cali – wartość
liczbowa 400 przy jednostce długości **cal**.

Otóż **ta sama miara** wielkości może mieć **różną**
wartość, która wyrażana jest przez **wartość**
liczbową razem z **jednostką miary** i jest liczbą
mianowaną.

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne
Wartość rzeczywista wielkości

Wartość rzeczywista (prawdziwa) wielkości –
jest to idealne odwzorowanie miary (rozmiaru)
wielkości przy idealnej jednostce miary.

Wartość rzeczywistą (prawdziwą) można
byłoby uzyskać przy istnieniu idealnych
narzędzi pomiarowych oraz idealnych
warunków ich wykorzystania.

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne
Wartość rzeczywista wielkości

W praktyce wartość rzeczywista nie jest znana z różnych
przyczyn:
- niedoskonałości narzędzi pomiarowych,
- niepożądanego ich współdziałania z obiektem badanym,
- wpływu innych obiektów i procesów
oraz innych.

Nawet najwyższym poziomie hierarchii etalonów wartość
rzeczywista jednostek wielkości nie jest znana dokładnie a
tylko w przybliżeniu.

Pojęcie wartości rzeczywistej wykorzystuje się podczas
analizy teoretycznej pomiarów, zwłaszcza analizy ich
dokładności i błędów.

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne
Wartość poprawna wielkości.

W praktyce, na przykład podczas eksperymentalnego
sprawdzania narzędzi pomiarowych (zwłaszcza mierników),
oraz w innych zagadnieniach, wykorzystuje się pojęcie
„wartość poprawna”.

Wartość poprawna jest to przybliżenie praktyczne wartości
wielkości wyznaczone lub wytworzone za pomocą
odpowiednich narzędzi pomiarowych, które różni się od
wartości rzeczywistej wystarczająco mało, tak że dla
konkretnego zagadnienia pomiarowego może być
wykorzystane zamiast wartości rzeczywistej.

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne
Wartość poprawna wielkości.

Wartość poprawną można wyznaczyć wykorzystując
narzędzi pomiarowe o większej dokładności, dokładniej
uwzględniając warunki pomiarowe oraz wzajemne wpływy
narzędzi pomiarowych, obiektu pomiarowego oraz innych
obiektów i procesów.

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Wynik pomiaru

Wynik pomiaru – jest wyznaczona eksperymentalnie (w razie potrzeby z wykorzystaniem odpowiednich obliczeń) oceną miary wielkości mierzonej (wartość liczbowej wraz z jednostką), która zwiera też pewną miarę dokładności (lub niedokładności).

Często, żeby podkreślić eksperymentalne pochodzenie wyniku pomiaru, otrzymana wartość wielkości nazywana jest zmierzoną wartością wielkości.

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne

Wynik pomiaru

Z porównania definicji „wynik pomiaru” i „wartość wielkości mierzonej” można zauważyć, że są one bardzo bliskimi.

Jednak pojęcie wyniku pomiaru jest szersze, ponieważ oprócz wyznaczania miary wielkości, ono przewiduje wyznaczania i podanie pewnej miary jakości (dokładności) pomiaru.

Dokładność pomiaru jest większą wtedy, kiedy wynik pomiaru jest bliższy do wartości rzeczywistej wielkości mierzonej

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne
Parametry jakości wyniku pomiaru

W celu oceny jakości pomiaru wykorzystują negatywne charakterystyki, mianowicie: **błąd pomiaru oraz niepewność wyniku pomiaru**

Błąd pomiaru Δ jest odchyleniem wyniku pomiaru x od wartości rzeczywistej X

$$\Delta = x - X$$

W praktycznych pomiarach błąd nie może być wyznaczony! W tym wzorze nie jest znana wartość rzeczywista X , Jeśli jest ona znana, wtedy nie ma potrzeby wykonywać pomiar!

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne
Parametry jakości wyniku pomiaru

Niepewność wyniku pomiaru $u(x)$ jest miarą rozrzutu wartości wielkości mierzonej wokół wyniku x

$$X = x \pm u(x)$$

W praktycznych pomiarach niepewność wyznaczana jest zawsze!
Do obliczania niepewności nie wymagana znajomość wartości rzeczywistej

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne
Narzędzi pomiarowe.

Każdy pomiar wykonuje się za pomocą specjalistycznych środków technicznych – narzędzi pomiarowych, które różnią się od innych (nawet podobnych) narzędzi tym, że mają szczególnie ustalone i przypisane parametry - tak zwane charakterystyki metrologiczne.

Charakterystyki metrologiczne narzędzi pomiarowych zapewniają możliwość otrzymania nie tylko wyniku pomiaru w prawomocnych jednostkach, ale także oszacowanie pewnej miary dokładności (niedokładności) tego wyniku.

Metrologia CZ.1
Wstęp Podstawowe pojęcia metrologiczne
Narzędzi pomiarowe

Najważniejszymi narzędziami pomiarowymi są:
wzorce,
komparatory,
czujniki (sensory), przetworniki pomiarowe,
moduły (układy) pomiarowe,
przyrządy pomiarowe,
stanowiska pomiarowe,
systemy pomiarowe,
układy obliczeniowe,
inne.

Plan wykładu

1. Wymagania do aparatury pomiarowej
2. Mierniki analogowe i cyfrowe
3. Ograniczenia występujące podczas pomiarów wielkości elektrycznych.
4. Klasyfikacja przyrządów pomiarowych według ich funkcji i właściwości.
5. Przykładowy schemat strukturalny multimetru elektronicznego cyfrowego (DMM - ang. Digital Multi-Meter).

1. Wymagania do aparatury pomiarowej

Podstawowymi wymaganiami są:

- Możliwość pomiaru wartości wielkości w **zadanym zakresie** (tak małych jak i dużych wartości), jest to wymagania amplitudowe;
- Możliwość **pomiarów wielokanałowych** – kilka wielkości jednego lub różnego rodzaju
- **Brak obciążenia** obiektu badanego – odpowiednia wartość rezystancji wejściowej
- **Zadana dokładność** pomiarów, zapewnia się odpowiednią klasą dokładności woltomierza oraz innymi wartościami jego parametrów: stabilnością temperaturową oraz czasową, odpornością na inne wielkości wpływające

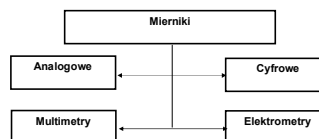
1. Wymagania do aparatury pomiarowej

- **Odporność na oddziaływanie zakłóceń** tak regularnych jak i losowych wpływu zakłóceń to wymaganie jest ważne przy pomiarach wielkości niskiego poziomu, w warunkach przemysłowych
- **Szybkość pomiaru** – to wymaganie jest ważne przy pomiarach wielkości szybko zmiennych (dynamicznych).
- **Możliwość współpracy z PC** – jest to ważne przy automatyzacji pomiarów
- **Możliwość opracowania wyników** wg zadanego algorytmu
- **Łatwość obsługi**
- **Niska cena** oraz niski koszty pomiarów

2. Mierniki analogowe i cyfrowe

W zależności od sposobu reprezentacji wyniku pomiaru mierniki umownie można rozdzielić na analogowe i cyfrowe,

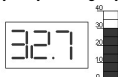
a w zależności od zakresów i warunków (właściwości obiektu) pomiaru różni się multimetry i elektrometry (rys. 3).



Porównanie analogowych i cyfrowych mierników

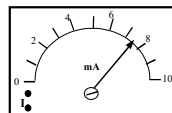
Cecha	Analogowy	Cyfrowy
Dokładność	$\pm (0,05 + 2,5)\%$	Usc : $\pm (10^{-4} + 10^{-5})$
Czas pomiaru	sekundy	poniżej μs
Odczyt	częściowo subiektywny zależy od kąta patrzenia	obiektywny
Możliwość zastosowania w systemach automatyki	w szczególnych przypadkach	tak
Zakres częstotliwości pracy	Kilku GHz	Kilku MHz
Szybki przybliżony odczyt	tak	nie
Szybka ocena kierunku zmian wielkości mierzonej	tak	nie

Kombinowany cyfrowy i analogowy odczyt wartości mierzonej.



Mierniki analogowe i cyfrowe

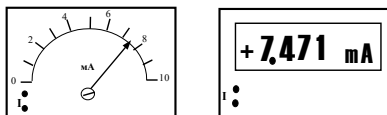
Z punktu widzenia użytkownika (eksperymentatora) mierniki różnią się pomiędzy sobą uzyskaniem wyniku pomiaru. W analogowych miernikach wartość wielkości mierzonej zwykle jest przetwarzana w kątowne lub liniowe przesunięcie wskazówki, plamki świetlnej, powierzchnia cieczy lub inne. To przesunięcie jest analogiem mechanicznym wartości wielkości mierzonej. Liczbowa wartość wielkości mierzonej uzyskuje się **bezpośrednio za uczestnictwa eksperymentatora**, który wykonuje odczyt na podziale przyrządu.



Mierniki analogowe i cyfrowe

W miernikach **cyfrowych** wartość wielkości mierzonej uzyskuje się automatycznie, bezpośrednio w postaci wartości liczbowej z odpowiednią jednostką.

Eksperymentator bezpośrednio nie uczestniczy w formowaniu wyniku.

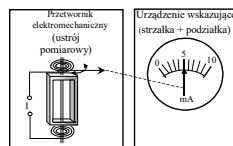


Mierniki analogowe

Istnieją dwa rodzaje analogowych mierników: **elektromechaniczne** oraz **elektroniczne**.

Elektromechaniczny analogowy miernik zawiera dwie podstawowe części składowe: **przetwornik elektromechaniczny pomiarowy** oraz **urządzenie wskazujące**.

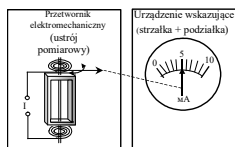
W **przetworniku (ustroju)** miernika odbywa się przetwarzanie wielkości elektrycznej (prądu lub napięcia) w przesunięcie mechaniczne (kątowe lub liniowe) części ruchomej mechanizmu.



Mierniki analogowe

Urządzenie wskazujące zawiera **podziałkę** (ze zbiorem kresek wraz z towarzyszącym ocyfrowaniem) wraz ze **wskazówką** (mechaniczną – strzałka, świetlna – plamka lub słupek, ciecz – wysokość słupka itp.).

Z celem pomiaru innych wielkości (np. rezystancja, moc, itp.), oraz dla zmiany zakresów pomiarowych mechanizm pomiarowy włącza się w odpowiedni sposób w **schemat układu pomiarowego przyrządu**.



Typowe parametry elektromechanicznych mierników

Typowe elektromechaniczne mierniki charakteryzują się następującymi parametrami:

Pełne odchylenie wskazówki powodują prądy od 10mA do 100mA i napięcia od 1mV do 600V (1000V).

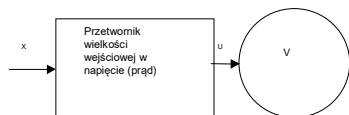
Na **prądzie zmiennym** czułość jeszcze gorsza. Dalszy wzrost czułości można osiągnąć tylko stosując **wzmacniacze (elektroniczne analogowe mierniki)**.

Podobnie **zmniejszenie rezystancji wejściowej** amperomierze oraz **zwiększenie rezystancji wejściowej** woltomierze można uzyskać stosując **wzmacniacze (elektroniczne analogowe mierniki)**.

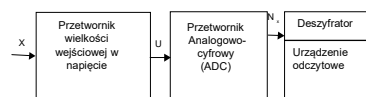
W miernikach **elektromechanicznych** (oprócz woltomierze elektrostatycznych) **ograniczone jest także pasmo częstotliwości** sygnału mierzonego do kilku set Hz - kilku kHz.

Mierniki analogowe elektroniczne

Dla uzyskania lepszych charakterystyk metrologicznych (czułość, impedancja wejściowa, pasmo częstotliwości itp.) wykorzystuje się **elektroniczne przyrządy pomiarowe: analogowe i cyfrowe**.



Schemat strukturalny elektronicznego cyfrowego miernika



3. Ograniczenia występujące podczas pomiarów wielkości elektrycznych.

Fundamentalnym czynnikiem ograniczającym jest szum cieplny lub szum Jonson'a.

Na dowolnej rezystancji R energia cieplna powoduje ruch nośników ładunków elektrycznych, który z kolei powodują szum elektryczny.

Moc tego szumu opisuje się wzorem

$$P=4kTB,$$

gdzie: $k=1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K- stała Boltzmanna;

T –temperatura (K);

B – pasmo częstotliwościowe szumu (Hz).

Wartość skuteczna szumu Jonsona U_{sz} na rezystancji (R) równa się:

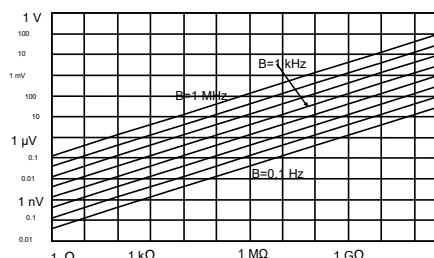
$$U_{sz} = \sqrt{PR} = \sqrt{4kBT R}$$

a wartość prądu szumu Jonsona I_{sz} :

$$I_{sz} = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{4kBT}{R}}$$

3. Ograniczenia występujące podczas pomiarów wielkości elektrycznych.

Zależności wartości napięcia oraz prądu szumu cieplnego przy $T=295$ K (22°C) jako funkcje rezystancji oraz szerokości pasma pokazane niżej



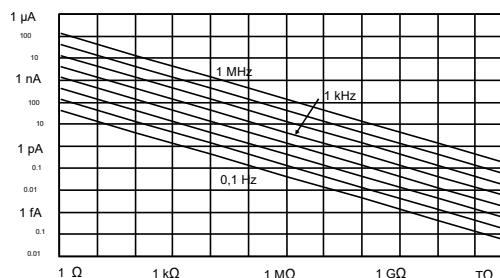
3. Ograniczenia występujące podczas pomiarów wielkości elektrycznych.

Teoretyczna granica czułości pomiaru napięcia

Rezystancja	Pasma częstotliwości			
	0,1 Hz	1 Hz	1 kHz	1 MHz
1 Ω	0,03 nV	0,1 nV	3 nV	0,1 μV
1 k Ω	1 nV	3 nV	0,1 μV	3 μV
1 M Ω	30 nV	0,1 μV	3 μV	100 μV
1 G Ω	1 μV	3 μV	100 μV	3 mV
1 T Ω	30 μV	100 μV	3 mV	100 mV

3. Ograniczenia występujące podczas pomiarów wielkości elektrycznych.

Zależności wartości skutecznej prądu szumu cieplnego przy $T=295$ K (22°C) jako funkcje rezystancji oraz szerokości pasma



2. Wymagania do mierników. Zakresy

Teoretyczna granica czułości pomiaru prądu

Rezystancja	Pasma częstotliwości			
	0,1 Hz	1 Hz	1 kHz	1 MHz
1 Ohm	30 pA	100 pA	3 nA	100 nA
1 kOhm	1 pA	3 pA	100 pA	3 nA
1 MOhm	0,03 pA	0,1 pA	3 pA	100 pA
1 GOhm	1 fA	3 fA	0,1 pA	3 pA
1 TOhm	0,03 fA	0,1 fA	3 fA	0,1 pA

4. Klasyfikacja przyrządów pomiarowych według ich funkcji i właściwości

W zależności od zakresów i warunków pomiaru (właściwości obiektu – rezystancja, pasmo częstotliwości) rozróżnia się:

- multimetry;
- elektrometry,
- nanowoltomierzy,
- pikoamperomierzy,
- mikro-omierzy,
- przyrządy źródła – mierniki,
- oraz inne.

4. Klasyfikacja przyrządów pomiarowych według ich funkcji i właściwości

Multimetry

są to przyrządy dla pomiarów:

- napięć powyżej 1 mV ;
- prądów powyżej 1 mA, oraz
- rezystancji poniżej 1 GΩ.

Rezystancja wejściowa woltomierza (Rv) DMM stanowi od około (1-10-100) MΩ do maksymalnie (1-10) GΩ
Rozdzielczość DMM wynosi od 3½ cyfr dziesiętkowych (bardzo tanie) aż do drogich 6½-7½ cyfr dziesiętkowych.
Maksymalna czułość DMM stanowi do (0,1-0,01) mV (do 10 nV).

4. Klasyfikacja przyrządów pomiarowych według ich funkcji i właściwości

Elektrometry

Są to przyrządy pomiarowe dla pomiarów napięć, prądów, ładunku i rezystancji przy następujących warunkach:

- prądów poniżej 1 μA do 100 pA, napięcie źródła przy pomiarach prądu jest poniżej kilku set mV;
- napięcia poniżej 1 μV, źródło napięcia ma rezystancją wyjściową rzędu 1 MΩ i wyżej do 10 TΩ ;
- rezystancji powyżej 1 GΩ;
- pomiar ładunku;
- pomiary przy porównywalnych wartościach szumów cieplnych oraz innych.

Rezystancja wejściowa woltomierza elektrometru stanowi typowo od około 100 TΩ nawet do około 100 PΩ.

3. Klasyfikacja przyrządów pomiarowych według ich funkcji i właściwości

Nanowoltomierzy

Są to bardzo czułe, pracujące w pobliżu teoretycznej granicy czułości w porównaniu do elektrometrów.

Nanowoltomierzy zapewniają też inne właściwości, np. lepszą szybkość pomiaru, lepsze tłumienie szumów i zakłóceń.

3. Klasyfikacja przyrządów pomiarowych według ich funkcji i właściwości

Pikoamperomierze

Są to bardzo czułe, pracujące w pobliżu teoretycznej granicy czułości oraz przy mniejszych wartościach spadku napięcia (tzw. voltage burden) w porównaniu do elektrometrów.

Pikoamperomierze zapewniają też inne właściwości, np. lepszą szybkość pomiaru lub możliwość logarytmicznej charakterystyki.

4. Klasyfikacja przyrządów pomiarowych według ich funkcji i właściwości

Mikro-omomierzy

Mikro-omomierz jest to specjalny omomierz przeznaczony do pomiaru bardzo niskich wartości rezystancji.

Typowy mikro-omomierz ma czułość do około 10 μΩ.

Pomiar małych rezystancji odbywa się przez 4-przewodowe podłączenie obiektu badanego (w celu eliminacji wpływu rezystancji przewodów) oraz charakteryzują się dodatkowymi (w porównaniu do DMM) funkcjami.

Z pośród nich jest to możliwość kompensacji napięcia przesunięcia (offset), spowodowanego przykładowo termoelektryczną SEM, możliwość ograniczenia napięcia wzdłuż badanej rezystancji do bardzo niskiego poziomu (typowo poniżej 20 mV), co jest bardzo ważne przy testowaniu takich elementów jak kontakty przełączników, kluczy oraz (rele) kontaktronów.

4. Klasyfikacja przyrządów pomiarowych według ich funkcji i właściwości

Przyrządy źródła – mierniki

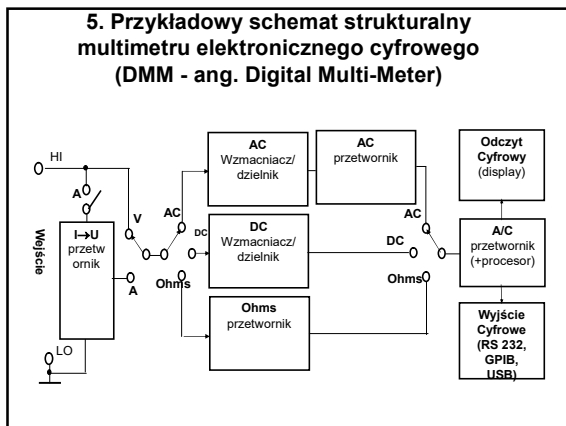
Source-Measure Unit - SMU

są to przyrządy, funkcjami których są:

- pomiar napięcia;
- pomiar prądu;
- źródło napięcia;
- źródło prądu.

SMU pozwalają na jednoczesne dokładne (o zadanej wartości):

- wymuszanie obiektu napięciowe i pomiar prądu odpowiedzi oraz
- wymuszanie obiektu prądowe i pomiar napięcia odpowiedzi.

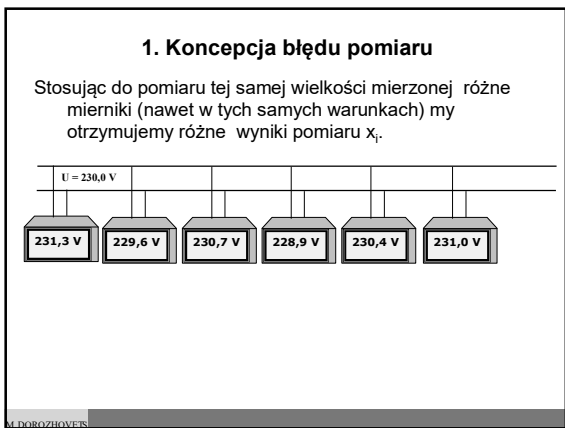


- Cel: *Celem wykładu jest poznanie zasad statystycznego opracowywania serii niezależnych wyników obserwacji i oceny niepewności wyniku pomiaru metodą typu A*
- Plan wykładu**
1. **Koncepcja błędu pomiaru**
 2. **Koncepcja niepewności wyniku pomiaru**
 3. **Liczbowe parametry niepewności wyniku pomiaru**
 4. **Podstawowe metody obliczania niepewności wyniku pomiaru**
 5. **Obliczanie niepewności metodą typu A**
 6. **Statystyczne opracowanie serii wyników obserwacji pomiarowych: cele i zasady**
 7. **Algorytm statystycznego opracowania wyników obserwacji z normalnym rozkładem**
 8. **Ocena niepewności metodą typu A Przykład**

1. Koncepcja błędu pomiaru

Według definicji:

błąd pomiaru (Δ) jest odchyleniem wyniku pomiaru (x lub y) od wartości prawdziwej X ,
 lub inaczej, jest różnicą pomiędzy wynikiem (x) oraz wartością prawdziwą (X) wielkości mierzonej:

$$\Delta = x - X, \quad \Delta_i = x_i - X$$


1. Koncepcja błędu pomiaru

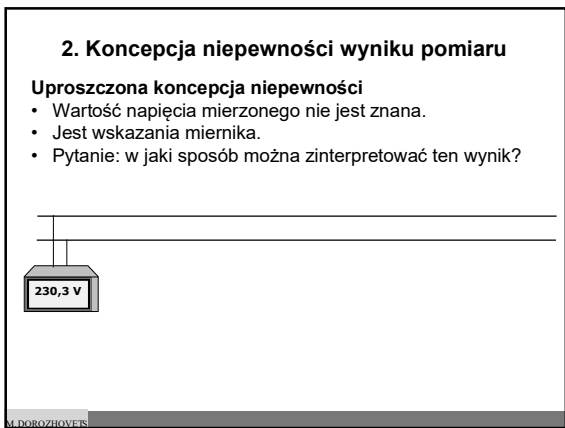
Problemy koncepcji błędu pomiaru

Podczas pomiarów wartość prawdziwa X wielkości mierzonej nie jest znaną (w przeciwnym przypadku, po co prowadzić pomiary?)

Jeśli wykonano pomiary wielkości o nieznannej wartości X i po opracowaniu uzyskano wynik x , wtedy, ponieważ wartość prawdziwa X wielkości mierzonej nie jest znaną, to i wartość błędu Δ wyniku pomiaru ze wzoru

$$\Delta = x - X$$

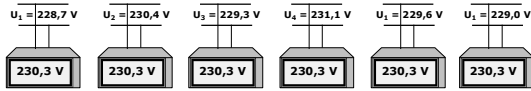
nie może być wyznaczona.



2. Koncepcja niepewności wyniku pomiaru

Uproszczona koncepcja niepewności

- Wskazanie jednego miernika można zinterpretować w odniesieniu takich samych wskazań wielu mierników przy różnych wartościach napięcia.



Koncepcja niepewności bazuje na tym, że temu samemu wynikowi pomiaru może odpowiadać wielu możliwych wartości wielkości mierzonej.

Niepewność (wyniku pomiaru) – parametr, związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej.

M. DOROZHOVETS

3. Liczbowe parametry niepewności wyniku pomiaru

- Niepewność (wyniku pomiaru) – parametr, związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej.**

- Takim parametrem może być:

- odchylenie standardowe $u(x)$ - niepewność standardowa,
- przy liczbie składowych ponad 1 – złożona standardowa niepewność – $u_c(x)$;
- jego wielokrotność $k_p \cdot u(x)$ – niepewność rozszerzona $U_p(x)$,
- połowa szerokości przedziału mającego ustalony poziom ufności p .

M. DOROZHOVETS

3. Liczbowe parametry niepewności wyniku pomiaru

- Niepewność (wyniku pomiaru) – parametr, związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej.**

Parametry niepewności mogą być obliczane w postaci bezwzględnej $u(x)$ lub względnej $u_{rel}(x)$:

$$u_{rel}(x) = \frac{u(x)}{|x|} \quad (100\%, 10^6 \text{ ppm})$$

M. DOROZHOVETS

3. Liczbowe parametry niepewności wyniku pomiaru

Klasyfikacja niepewności

Niepewność rozszerzona $U_p(x)$	
Niepewność standardowa złożona $u_c(x)$	
Niepewność standardowa $u(x)$	
Niepewność standardowa typu A $u_A(x)$	Niepewność standardowa typu B $u_B(x)$
W postaci odchylenia standardowego $u_A(x)$ W postaci wariancji $[u_A^2(x) = \{u_A(x)\}^2]$	W postaci odchylenia standardowego $u_B(x)$ W postaci wariancji $[u_B^2(x) = \{u_B(x)\}^2]$

M. DOROZHOVETS

4. Podstawowe metody obliczania niepewności wyniku pomiaru

Parametry niepewności mogą być obliczone w dwojaki sposób:

- na podstawie serii wyników obserwacji z uwzględnieniem rozkładu prawdopodobieństwa wyników (obiektywny sposób) – metoda typu A,

Niepewność standardowa typu A jest obliczana z funkcji gęstości prawdopodobieństwa otrzymanej z obserwowanego rozkładu częstości

[można nazywać prawdopodobieństwem obiektywnym, MD]

M. DOROZHOVETS

4. Podstawowe metody obliczania niepewności wyniku pomiaru

Parametry niepewności mogą być obliczone w dwojaki sposób:

- na podstawie znanego a priori rozkładu prawdopodobieństwa każdego źródła niepewności (subiektywny sposób) - metoda typu B.

Niepewność standardowa typu B jest obliczana na podstawie założonej funkcji gęstości prawdopodobieństwa opartej na stopniu wiary w to, że zajdzie dane zdarzenie.

[często nazywanego prawdopodobieństwem subiektywnym].

Te dwa podejścia korzystają z dwóch uznanych interpretacji prawdopodobieństwa.

M. DOROZHOVETS

STATYSTYCZNE OPRACOWANIE SERII WYNIKÓW POMIARU

5. OBLICZANIE NIEPEWNOŚCI METODĄ TYPU A

5. Obliczanie niepewności metodą typu A

Niepewność standardowa wyniku pomiaru metodą typu A obliczana jest na podstawie serii wyników obserwacji x_1, x_2, \dots, x_n ; s_x jest odchyleniem standardowym wartości średniej z obserwacji:

$$u_A(x) = s_x = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

5. Obliczanie niepewności metodą typu A

Odchylenie standardowe eksperymentalne średniej arytmetycznej serii obserwacji

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

nie jest błędem przypadkowym średniej, chociaż tak jest przedstawione w niektórych publikacjach dotyczących niepewności.

Jest ono natomiast miarą niepewności średniej arytmetycznej powodowanej wpływami czynników przypadkowych.

Dokładna wartość błędu średniej arytmetycznej wywołanego tymi czynnikami pozostaje nieznana (i dalej pozostaje być systematyczną!! MD)

6. Statystyczne opracowanie serii wyników obserwacji pomiarowych: cel i zasady

- 1.1. W jakim celu wykonują się pomiary ze statystycznym opracowaniem serii obserwacji?

Pomiary ze statystycznym opracowaniem serii wyników obserwacji wykorzystują się

w celu zmniejszenia wpływu oddziaływań losowych (zakłóceń, szumów) podczas pomiaru stałej (jednak nieznanej) wartości wielkości mierzonej.

6. Statystyczne opracowanie serii wyników obserwacji pomiarowych: cel i zasady

1.2. Model wyniku obserwacji

Podczas pomiaru wartości wielkości stałej w wyniku wpływu losowych oddziaływań Δ_i kolejne wyniki pomiaru x_i tej wielkości zmieniają się chaotycznie, nieregularnie i są równocześnie

$$x_i = X + \Delta_i \quad (1)$$

gdzie $i=1, 2, 3, \dots, n$; n jest liczbą zaobserwowanych wyników.

Jednak z punktu widzenia eksperymentatora w podanym wyżej modelu (1) są dwie nieznanne wartości: X - co jest celem pomiaru oraz Δ_i - co jest celem redukcji (zmniejszania) wpływu. Otóż eksperymentatorowi dostępne są tylko wartości obserwacji $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$.

6. Statystyczne opracowanie serii wyników obserwacji pomiarowych: cel i zasady

1.3. Co należy wyznaczyć podczas statystycznego opracowania wyników obserwacji?

W procesie statystycznego opracowania serii wyników obserwacji należy wyznaczyć:

- najlepszą ocenę wartości wielkości mierzonej oraz
- oszacować parametry (charakterystyki) niepewności wyniku na danym poziomie ufności.

6. Statystyczne opracowanie serii wyników obserwacji pomiarowych: cel i zasady

Najlepsza ocena wartości wielkości mierzonej zależy nie tylko od samych wartości zaobserwowanych i ich liczby a jednak od ich rozkładu prawdopodobieństwa, tzn. od sposobu wzajemnego ich usytuowania.

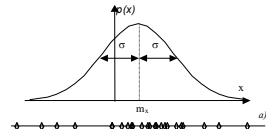
Za najlepszą oceną wartości wielkości mierzonej przyjmuje się parametr rozkładu prawdopodobieństwa, który ma najmniejszą wariancję (rozproszenie lub fluktuację) przy opracowaniu kilku kolejnych serii wyników obserwacji z tą samą liczbą wyników.

6. Statystyczne opracowanie serii wyników obserwacji pomiarowych: cel i zasady

Dla niektórych szeroko spotykanych rozkładach prawdopodobieństwa najlepszą oceną wartości wielkości mierzonej są:

1) W razie rozkładu normalnego (Gausa, rys.1), którego właściwości są opisane poniżej, najlepszą oceną jest wartość średnia wyników obserwacji

$$\bar{x}_{(n)} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2)$$



Rys.1. Normalny rozkład (rozkład Gaussa) (a) oraz przykładowe usytuowanie 25 wyników obserwacji przy normalnym rozkładzie (b)

6. Statystyczne opracowanie serii wyników obserwacji pomiarowych: cel i zasady

2) W razie rozkładu Laplace'a (rys.2, a,b), który opisuje się zależnością

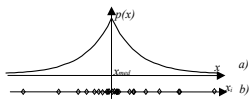
$$p(x) = \frac{1}{2\sigma} e^{-\frac{|x-m|}{\sigma}} \quad (3)$$

(gdzie m – jest punktem środkowym rozkładu – oczekiwaniem matematycznym $m_1 = m$ oraz medianą ($x_{med} = m$)) σ – jest parametrem, który wyznacza wariancję rozkładu $D_1 = 2 \cdot \sigma^2$) najlepszą oceną jest mediana wyników obserwacji, która dla nieparzystej liczby wyników obserwacji jest zdefiniowana jako wynik obserwacji ze średnim numerem uporządkowanej serii wyników

$$x_{med} = x_{(n+1)/2} \quad (4)$$

a w razie parzystej liczby wyników obserwacji medianą jest wartość średnia z dwóch środkowych wyników uporządkowanej serii wyników

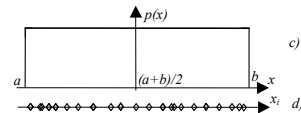
$$x_{med} = \frac{x_{n/2} + x_{n/2+1}}{2} \quad (5)$$



6. Statystyczne opracowanie serii wyników obserwacji pomiarowych: cel i zasady

3) W razie rozkładu jednostajnego (rys.2,c,d) najlepszą oceną jest wartość średnia od skrajnych (minimalnego oraz maksymalnego) wyników obserwacji, a przy uporządkowanej serii - średnia od pierwszego x_{1n} oraz ostatniego x_{nn} wyników (środek rozpięcia serii wyników)

$$x_{sc} = \frac{x_{1n} + x_{nn}}{2} \quad (6)$$



6. Statystyczne opracowanie serii wyników obserwacji pomiarowych: cel i zasady

W ogóle niezależnie od rozkładu prawdopodobieństwa, jakość uzyskiwanego wyniku pomiaru zwiększa się ze zwiększeniem liczby wyników obserwacji.

Jednak należy uwzględnić przynajmniej pięć zastrzeżeń:

1) Rzeczywisty rozkład prawdopodobieństwa efektów (oddziaływań) losowych powinien odpowiadać modelowi rozkładu (przyjętemu a priori). Jeżeli rzeczywisty rozkład prawdopodobieństwa efektów losowych nie odpowiada przyjętemu modelowi rozkładu, wtedy uzyskiwany podczas statystycznego opracowania wyników obserwacji wynik pomiaru oraz jego parametry niedokładności będą w dużym stopniu różnić się od najlepszych, które będą mieć miejsce w razie zbliżenia rozkładu prawdopodobieństwa eksperymentalnego z rozkładem modelowym.

2) Podczas zbierania wartości obserwacji oddziaływania losowe powinny być stabilne w czasie, tzn. że poszczególne wyniki powinny charakteryzować się jednakową zmiennością losową –wariancją.

6. Statystyczne opracowanie serii wyników obserwacji pomiarowych: cel i zasady

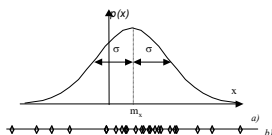
3) Oddzielne wyniki obserwacji powinny być wzajemnie nieskorelowanymi - statystycznie niezależnymi. Obecność korelacji (statystycznej zależności) wzajemnej pomiędzy wynikami obserwacji powoduje pogorszenie jakości uzyskiwanej oceny wartości wielkości mierzonej.

4) Wartość wielkości mierzonej powinna być stałą podczas wykonania serii jej obserwacji (przeprowadzenia eksperymentu pomiarowego). Zmienność (dryft) wartości mierzonej podczas wykonania eksperymentu powoduje wzrost wpływu efektów dynamicznych, przy tym większe im większy czas trwania eksperymentu (na przykład, dla zwiększenia liczby obserwacji w celu zmniejszenia niepewności wyniku pomiaru).

5) Każdy wynik obserwacji nie powinien być obciążony wpływem oddziaływań systematycznych, one powinny być skorygowane. Nie skorygowane reszki systematycznych oddziaływań powodują zmniejszenie efektywności statystycznego opracowania wyników obserwacji. Na przykład, zwiększenie liczby obserwacji ponad pewną wartość może nie powodować zmniejszenia złożonej niepewności wyniku, ponieważ dominującą pozostaje składowa niepewności od innego, nie statystycznego wpływu.

6. Statystyczne opracowanie serii wyników obserwacji pomiarowych: cel i zasady

Model rozkładu prawdopodobieństwa normalnego (rozkładu Gaussa) (rys.1.a) jest szeroko wykorzystywany tak w teoretycznych badaniach jak i podczas praktycznego opracowania serii wyników obserwacji. Przykładowo na rys.1.b została pokazana jedna z realizacji o 25 wyników obserwacji wielkości mierzonej z normalnym rozkładem prawdopodobieństwa.



6. Statystyczne opracowanie serii wyników obserwacji pomiarowych: cel i zasady

Przy takim modelu ma miejsce następane właściwości wyników obserwacji (rozkład jest symetrycznym względem środka o charakterystycznym dzwonko podobnym kształtem):

- 1) – małe odchylenia wyników od wartości średniej są w większym stopniu wiarygodne w porównaniu małej wiarygodności dużych odchyleni od wartości średniej;
- 2) – dodatni i ujemni odchylenia wyników od wartości średniej są jednakowo wiarygodne

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}}, \quad -\infty < x < \infty \quad (7)$$

gdzie m_x - jest wartością oczekiwaną – punkt wokół którego grupują się wyniki obserwacji, σ_x - jest odchyleniem standardowym – miara rozrzutu wartości obserwacji wokół wartości oczekiwanej.

6. Statystyczne opracowanie serii wyników obserwacji pomiarowych: cel i zasady

Niepewność wyniku pomiaru oznacza wątpliwość co do wartości wyniku pomiaru i ten termin odnosi się zarówno do pojęcia ogólnego jak i do konkretnych ilościowych miar: niepewności standardowej, złożonej oraz rozszerzonej.

Niepewność standardowa $u(x)$ – jest niepewnością wyrażoną w formie odchylenia standardowego wyniku.

Złożona niepewność standardowa $u_c(x)$ wyniku jest określana, gdy wynik pomiaru jest zależny od kilku innych wielkości bezpośrednio mierzonych, równa pierwiastkowi kwadratowemu z sumy wyrazów, będących wariancjami lub kowariancjami tych wielkości z wagami zależnymi od tego jak wynik pomiaru zmienia się wraz ze ich zmianami.

Niepewność rozszerzona $U_p(x)$ określa przedział wokół wyniku pomiaru, od którego oczekuje się, że obejmuje dużą część rozkładu wartości wielkości, które można w uzasadniony sposób przyporządkować wielkości mierzonej.

7. Algorytm statystycznego opracowania wyników obserwacji z normalnym rozkładem. Ocena niepewności metodą typu A

- 1) Wyznaczana jest wartość średnia obserwacji – najlepszy wynik pomiaru

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- 2) Wyznaczana jest standardowa niepewność wartości średniej - standardowa niepewność typu A wyniku pomiaru:

$$u_A(\bar{x}) = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad \text{lub} \quad u_A(\bar{x}) = \frac{s_x}{\sqrt{n}}$$

σ_x - jest standardowym odchyleniem wyników obserwacji.

7. Algorytm statystycznego opracowania wyników obserwacji z normalnym rozkładem. Ocena niepewności metodą typu A

Jeśli standardowe odchylenie wyników obserwacji nie jest znane, wtedy wyznaczana jego wartość eksperymentalna s_x ze wzoru

$$s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

gdzie $s_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ jest wariancją eksperymentalną.

Dzięki uśrednianiu n wyników obserwacji standardowe odchylenie wartości średniej zmniejsza się \sqrt{n} w porównaniu od wartości $\sigma(x)$ standardowego odchylenia wyników obserwacji

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma(x)}{\sqrt{n}} \quad \text{lub}$$

7. Algorytm statystycznego opracowania wyników obserwacji z normalnym rozkładem. Ocena niepewności metodą typu A

- 3) Niepewność rozszerzona wyniku pomiaru. Dla obliczenia niepewności rozszerzonej $U_p(\bar{x})$ typu A wyniku pomiaru obliczana jest jako iloczyn współczynnika rozszerzenia k_p , którego wartość zależy od poziomu ufności p oraz od tego czy jest znane standardowe odchylenie obserwacji σ_x , czy ono zostało obliczone na podstawie samych obserwacji s_x :

$$U_p(\bar{x}) = k_p \cdot u_A(\bar{x}) = \begin{cases} z_p \cdot u_A(\bar{x}) = z_p \cdot \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}, \\ t_p(v) \cdot u_A(\bar{x}) = t_p(v) \cdot \frac{s_x}{\sqrt{n}}, \end{cases}$$

gdzie z_p jest współczynnikiem rozszerzenia, określającego dla rozkładu normalnego przedział o poziomie ufności p : $k_p = z_{\alpha, p}$, wartość którego wybiera się z tablicy 1.

7. Algorytm statystycznego opracowania wyników obserwacji z normalnym rozkładem. Ocena niepewności metodą typu A

Tablica 1. Wartość współczynnika rozszerzenia, określającego dla rozkładu normalnego przedział o poziomie ufności p.

Poziom ufności p	Poziom ufności p, %	Wartość współczynnika rozszerzenia: $z_p = k_p$
0,90	90	1,645
0,95	95	1,960
0,99	99	2,576

7. Algorytm statystycznego opracowania wyników obserwacji z normalnym rozkładem. Ocena niepewności metodą typu A

$t_p(v)$ - jest współczynnikiem rozszerzenia, określającego dla rozkładu Studenta o $v = n - 1$ stopni swobody przedział o poziomie ufności p, którego wartość wybiera się z tablice 2.

Tablica 2. Wartość $t_p(v)$ współczynnika rozszerzenia, określającego dla rozkładu Studenta o $v = n - 1$ stopni swobody przedział o poziomie ufności p.

Liczba stopni swobody $v = n - 1$	Poziom ufności p, %			Liczba stopni swobody $v = n - 1$	Poziom ufności p, %		
	90	95	99,73		90	95	99,73
1	6,314	12,706	63,657	18	1,734	2,101	2,878
2	2,920	4,303	9,925	19	1,729	2,093	2,861
3	2,353	3,182	5,841	20	1,725	2,086	2,845
4	2,132	2,776	4,604	21	1,721	2,080	2,831
5	2,015	2,571	4,032	22	1,717	2,074	2,819
6	1,943	2,447	3,707	23	1,714	2,069	2,807
7	1,895	2,365	3,499	24	1,711	2,064	2,797
8	1,860	2,306	3,355	25	1,708	2,060	2,787
9	1,833	2,262	3,250	26	1,706	2,056	2,779
10	1,812	2,228	3,169	27	1,703	2,052	2,761
11	1,796	2,201	3,106	28	1,701	2,048	2,763
12	1,782	2,179	3,055	29	1,699	2,045	2,756
13	1,771	2,160	3,012	30	1,697	2,042	2,750
14	1,761	2,145	2,977	40	1,684	2,021	2,704
15	1,753	2,131	2,947	60	1,671	2,000	2,660
16	1,746	2,120	2,921	120	1,658	1,980	2,617
17	1,740	2,110	2,898	22	1,645	1,960	2,576

7. Algorytm statystycznego opracowania wyników obserwacji z normalnym rozkładem. Ocena niepewności metodą typu A

4. Forma przedstawienia wyniku pomiaru

Końcowy wynik pomiaru powinien zawierać:

Forma uproszczona 1:

1) wartość znaną (średnią) \pm niepewność standardowa

Forma uproszczona 1:

1) wartość znaną (średnią)

2) \pm niepewność rozszerzoną.

3) poziom ufności,

4) liczbę obserwacji oraz

5) rozkład prawdopodobieństwa, z którego wyznaczono współczynnik rozszerzenia i rekomenduje się przedstawiać w następującej formie

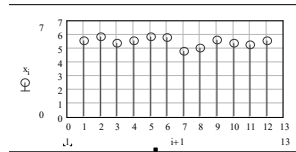
$$X = \bar{x} \pm U_p(\bar{x}), \quad p = \dots, n = \dots, \text{rozkład.}$$

8. Ocena niepewności metodą typu A

Przykład

Zostało zarejestrowano n=12 obserwacji:

5,52 5,82 5,32 5,5 5,78 5,72 4,77 4,96 5,55 5,35 5,20 5,52



Wyznaczyć najlepszą ocenę wyniku i zakładając normalny rozkład obserwacji metodą typu A obliczyć jego niepewność, przedstawić wynik pomiaru.

8. Ocena niepewności metodą typu A

Przykład

Rozwiązanie:

1) Wyznaczamy wartość średnią:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{5,52 + 5,82 + 5,32 + 5,5 + 5,78 + 5,72 + 4,77 + 4,96 + 5,55 + 5,35 + 5,20 + 5,52}{12} = 5,417$$

2) Obliczamy eksperymentalne standardowe odchylenie obserwacji (wartość nie jest zadana)

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{12-1} \sum_{i=1}^{12} (x_i - 5,4175)^2} = 0,319122$$

3) Wyznaczamy standardową niepewność wartości średniej - standardową niepewność typu A wyniku pomiaru:

$$u_A(\bar{x}) = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = \frac{0,319122}{\sqrt{12}} = 0,092122$$

8. Ocena niepewności metodą typu A

Przykład

4) Obliczamy niepewność rozszerzoną wyniku pomiaru (dla p=0,95)

4.1. Liczba stopni swobody: $v = n - 1 = 12 - 1 = 11$

4.2. Współczynnik rozszerzenia (tab.2): $k_p = t_p(v) = t_{0,95}(11) = 2,201$

$$U_p(\bar{x}) = k_p \cdot u_A(\bar{x}) = 2,201 \cdot 0,092122 = 0,20276$$

4.3. Niepewność rozszerzona

5) Wynik pomiaru:

5.1. Zaokrąglamy niepewność rozszerzoną (maksimum 2 cyfry znaczące)

$$0,20276 \approx 0,20.$$

5.2. Zaokrąglamy wartość średnią (do tego samego miejsca, co i niepewność)

$$5,4175 \approx 5,42$$

5.3. Wynik

$$x = 5,42 \pm 0,20 \text{ (jednostka), } p = 0,95; v = 11, \text{ z rozkładu Studenta.}$$

W4. Obliczenie niepewności wyników pomiaru miernikami analogowymi i cyfrowymi

Plan wykładu:

1. Wstęp. Podstawowe zasady obliczania niepewności wskazań mierników
2. Obliczenie niepewności wyników pomiaru miernikami analogowymi
3. Przykład
4. Obliczenie niepewności wyników pomiaru miernikami cyfrowymi
5. Przykłady

1. Wstęp

Podczas pomiaru dowolnej wielkości występują różnego rodzaju niekorzystne (niepożądane) oddziaływania dwóch rodzajów:

- losowe, które przy powtórnych obserwacjach powodują chaotyczne, nie przewidywane (chyba tylko na pewnym poziomie ufności) zmiany wyniku obserwacji.
- systematyczne, które przy powtórnych obserwacjach powodują stałe, jednak najczęściej o nieznaną wartość, odchylenie wyniku obserwacji, oraz

1. Wstęp

Najważniejszymi składowymi wszystkich pomiarów oraz opracowania wyników obserwacji są:

- 1) ujawnienie oddziaływań systematycznych z następną korekcją ich wpływu na wynik pomiaru;
 - 2) oszacowanie wszystkich składowych niepewności, m.in. składowych spowodowanych niedokładną korekcją oddziaływań systematycznych;
 - 3) oszacowanie złożonej (kombinowanej) standardowej niepewności, jako rezultatu wszystkich składowych standardowej niepewności wyniku pomiaru.
- W pewnych przypadkach wyznaczana jest rozszerzona niepewność wyniku pomiaru, obejmująca p -tą część wszystkich wartości wielkości mierzonej, gdzie p – poziom ufności: $0 < p < 1$.

1. Wstęp

Niepewność jest miarą rozproszenia możliwych wartości wielkości mierzonej X wokół uzyskanego wyniku x pomiaru.

Standardowa niepewność obliczana metodą typu B $u_B(x)$ – charakteryzuje średniokwadratowy rozrzut możliwych wartości wielkości mierzonej X wokół uzyskanego wyniku x w formie standardowego odchylenia ($u(x)=\sigma$) lub w formie wariancji ($u^2(x)=\text{var}$).

Niepewność standardowa obliczana metodą typu B ($u_B(x)$) jest wyznaczana metodami nie statystycznymi, przy jednokrotnej obserwacji wielkości mierzonej.

Wstęp. Podstawowe zasady obliczania niepewności wskazań mierników

Chociaż niepewność standardowa obliczana metodą typu B $u_B(x)$ nie wykorzystuje metod statystycznych, jednak dla jej wyznaczania niezbędne jest posiadanie rozkładu prawdopodobieństwa $p(X-x)$ rozrzutu możliwych wartości wielkości mierzonej X wokół uzyskanego wyniku x :

$$u_B(x) = \sigma = \sqrt{\int_{v_{\min}}^{\max} (X-x)^2 p(X-x) dX} = \sqrt{\int_{v_{\min}}^{\max} v^2 p(v) dv}$$

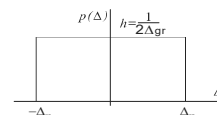
gdzie: $v=X-x$ - odchylenie wartości wielkości X od wyniku x .
 v_{\min} , v_{\max} – minimalne oraz maksymalne odchylenia wartości wielkości od wyniku x

Wstęp. Podstawowe zasady obliczania niepewności wskazań mierników

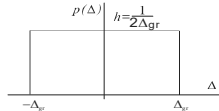
Często w praktyce pomiarowej nie ma dokładnej znajomości rozkładu prawdopodobieństwa $p(v)$ rozrzutu możliwych wartości wielkości mierzonej X wokół uzyskanego wyniku x , jednak są znane wartości graniczne $\pm \Delta_{gr}$ tych odchyżeń – maksymalny błąd dopuszczalny:

$$\pm v_{gr} = \pm \Delta_{gr}$$

W takim razie jak „najgorszy” przyjmowany jest jednostajny rozkład prawdopodobieństwa w tych granicach:



Wstęp. Podstawowe zasady obliczania niepewności wskazań mierników



Dla takiego modelu rozkładu prawdopodobieństwa standardowa niepewność jest powiązana z wartościami granicznymi przez pierwiastek 3:

$$u_B(x) = \frac{V_{gr}}{\sqrt{3}}$$

2. Obliczenie niepewności wyników pomiaru miernikami analogowymi

Niepewność standardowa $u_B(x)$ wskazania miernika x (na przykład woltomierza analogowego $x = U_V$) wyznaczana jest przez znaną wartość

- klasy dokładności k_l (wyrażonej w % stosunku maksymalnego błędu dopuszczalnego (MBD) do zakresu X_n miernika) oraz
- wartości zakresu pomiarowego X_n ($X_n = U_{nV}$ dla woltomierza) i
- wskazania (odczytu) miernika x ($x = U_V$ dla woltomierza):

$$u_B(x) = \frac{k_l \cdot X_n}{\sqrt{3} \cdot 100\%} = \frac{k_l \cdot U_{nV}}{\sqrt{3} \cdot 100\%}$$

Niepewność standardowa względna jest to stosunek niepewności standardowej wskazania miernika do wartości jego wskazania razy 100%:

$$u_{B,r}(x) = \frac{u_{B,n}(x)}{|x|} 100\% = \frac{k_l \cdot X_n}{\sqrt{3} |x|} = \frac{k_l \cdot U_{nV}}{\sqrt{3} |U_V|}$$

3. Obliczenie niepewności wyników pomiaru miernikami analogowymi. Przykład

Przykład 1:
Napięcie DC zostało zmierzono analogowym woltomierzem z zakresem $U_n = 15 \text{ V}$ i uzyskano wskazanie $U_V = 12,7 \text{ V}$.

Klasa dokładności woltomierza $k_l = 0,5$.

Przyjmując jednostajny rozkład prawdopodobieństwa odchyłań wskazań woltomierza w przedziale wartości granicznych wyznaczyć bezwzględną i względną niepewność standardową wskazania woltomierza.

Rozwiązanie:

1) Bezwzględną niepewność standardową wskazania woltomierza

$$u_B(x) = \frac{k_l \cdot U_{nV}}{\sqrt{3} \cdot 100\%} = \frac{0,5 \cdot 15 \text{ V}}{\sqrt{3} \cdot 100\%} \approx 0,0433 \text{ V} = 43,3 \text{ mV}$$

2) Względędną niepewność standardową wskazania woltomierza

$$u_{B,r}(U_V) = \frac{u_B(U_V)}{|U_V|} 100\% = \frac{0,0433 \text{ V}}{12,7 \text{ V}} 100\% = 0,341\%$$

$$\text{lub } u_{B,r}(U_V) = \frac{k_l \cdot U_{nV}}{\sqrt{3} |U_V|} = \frac{0,5\% \cdot 15 \text{ V}}{\sqrt{3} |12,7 \text{ V}|} \approx 0,341\%$$

Obliczenie niepewności wyników pomiaru miernikami cyfrowymi

Niepewność standardowa wskazania x miernika cyfrowego (na przykład $x = R_{\Omega}$ omomierza cyfrowego) wyznaczana jest przez znane parametry maksymalnego błędu dopuszczalnego (w % lub ppm) wskazań:

- „a % lub ppm” - od wartości mierzonej (wskazania, odczytu) $x = R_{\Omega}$ i
- 1) „b % lub ppm” od zakresu X_n ($X_n = R_{\Omega}$ dla omomierza)
- 2) lub „c” wartości cyfry najmniej znaczącej (CNZ) wskazania miernika.

$$1- \quad u_B(x) = \frac{a \cdot x + b \cdot X_n}{\sqrt{3} \cdot 100\%} = \frac{a \cdot R_{\Omega} + a \cdot R_{\Omega}}{\sqrt{3} \cdot 100\%}$$

$$2- \quad u_B(x) = \frac{a \cdot x}{\sqrt{3}} + \frac{c \cdot \text{CNZ}}{\sqrt{3}} = \frac{a \cdot R_{\Omega}}{\sqrt{3}} + \frac{c \cdot \text{CNZ}}{\sqrt{3}}$$

Wartość cyfry najmniej znaczącej

$$\text{CNZ} = \frac{x}{10^n} \quad \text{Miernik o „n” cyfr dziesiętnych}$$

$$\text{CNZ} = \frac{X_n}{2 \cdot 10^n} \quad \text{Miernik o „n/2” cyfr dziesiętnych}$$

4. Obliczenie niepewności wyników pomiaru miernikami cyfrowymi

Niepewność standardowa względna wskazania miernika cyfrowego (na przykład omomierza) jest to stosunek niepewności standardowej wskazania miernika do wartości jego wskazania razy 100% (10^6 ppm):

$$u_{B,r}(x) = \frac{u_B(x)}{|x|} 100\% = \frac{a + b \cdot \frac{X_n}{x}}{\sqrt{3}} = \frac{a + b \cdot \frac{R_n}{R_a}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{lub } u_{B,r}(x) = \frac{a + \frac{c \cdot \text{CNZ}}{|x|} 100\%}{\sqrt{3}} = \frac{a + \frac{c \cdot \text{CNZ}}{R_a} 100\%}{\sqrt{3}}$$

5. Obliczenie niepewności wyników pomiaru miernikami cyfrowymi. Przykład

Przykład 2:

Prąd DC został zmierzony 4 cyfrowym amperomierzem z zakresem $I_n = 1000 \text{ mA}$ i uzyskano wynik (wskazanie) $I_A = 857,2 \text{ mA}$.

Dopuszczalne odchylenia wskazania amperomierza – maksymalny błąd dopuszczalny - wyznaczone są jako:

$a = 0,03\%$ od wskazania amperomierza oraz $b = 0,05\%$ od zakresu.

Przyjmując jednostajny rozkład prawdopodobieństwa odchyłań wskazań amperomierza w przedziale wartości granicznych odchyłań wyznaczyć bezwzględną i względną niepewność standardową wskazania amperomierza.

1) bezwzględną niepewność standardową wskazania amperomierza.

$$u_B(I_A) = \frac{0,03\% \cdot 857,2 \text{ mA} + 0,05\% \cdot 1000 \text{ mA}}{\sqrt{3} \cdot 100\%} \approx 0,437 \text{ mA}$$

5. Obliczenie niepewności wyników pomiaru miernikami cyfrowymi. Przykład

Przykład 2:

Prąd DC został zmierzony 4 cyfrowym amperomierzem z zakresem $I_n=1000$ mA i uzyskano wynik (wskazanie) $I_A=857,2$ mA.

Dopuszczalne odchylenia wskazania amperomierza – maksymalny błąd dopuszczalny - wyznaczane są jako:

$a=0,03\%$ od wskazania amperomierza oraz $b=0,05\%$ od zakresu.

Przyjmując jednostajny rozkład prawdopodobieństwa odchyłeń wskazań amperomierza w przedziale wartości granicznych odchyłeń wyznaczyć bezwzględną i względną niepewność standardową wskazania amperomierza.

2) względną niepewność standardową wskazania amperomierza.

$$u_{B,rel}(I_A) = \frac{u_B(I_A)}{I_A} 100\% = \frac{0,437 \text{ mA}}{857,2 \text{ mA}} 100\% \approx 0,051\%$$

$$\text{lub } u_{B,rel}(I_A) = \frac{0,03\% + 0,05\% \cdot \frac{1000 \text{ mA}}{857,2 \text{ mA}}}{\sqrt{3}} \approx 0,051\%$$

5. Obliczenie niepewności wyników pomiaru miernikami cyfrowymi. Przykład

Przykład 3:

Napicie DC zostało zmierzone 4½ cyfrowym woltomierzem z zakresem $U_n=20$ V i uzyskano wynik $U_V=13,764$ V.

Dopuszczalne odchylenia wskazania woltomierza – maksymalny błąd dopuszczalny – wyznaczany jest jako:

$a=0,05\%$ od wskazania + 5 cyfr (najmniej znaczących).

Przyjmując jednostajny rozkład prawdopodobieństwa odchyłeń wskazań woltomierza w przedziale wartości granicznych wyznaczyć bezwzględną i względną niepewność standardową wskazania woltomierza .

Wg wskazania $U_V=13,764$ V wartość cyfry najmniej znaczącej WCNZ=0,001 V

1) Dla tego bezwzględną niepewność standardową wskazania woltomierza.

$$u_B(U_V) = \frac{0,05\% \cdot 13,764 \text{ V} + 5 \cdot 0,001 \text{ V}}{\sqrt{3}} \approx 0,00686 \text{ V}$$

5. Obliczenie niepewności wyników pomiaru miernikami cyfrowymi. Przykład

Przykład 3:

Napicie DC zostało zmierzone 4½ cyfrowym woltomierzem z zakresem $U_n=20$ V i uzyskano wynik $U_V=13,764$ V.

Dopuszczalne odchylenia wskazania woltomierza – maksymalny błąd dopuszczalny – wyznaczany jest jako:

$a=0,05\%$ od wskazania + 5 cyfr (najmniej znaczących).

Przyjmując jednostajny rozkład prawdopodobieństwa odchyłeń wskazań woltomierza w przedziale wartości granicznych wyznaczyć bezwzględną i względną niepewność standardową wskazania woltomierza .

2) względną niepewność standardową wskazania woltomierza.

$$u_{B,rel}(U_V) = \frac{u_B(U_V)}{U_V} 100\% = \frac{0,00686 \text{ V}}{13,764 \text{ V}} 100\% = 0,0498\%$$

$$\text{lub } u_{B,rel}(U_V) = \frac{0,05\% + \frac{5 \cdot 0,001 \text{ V}}{13,764 \text{ V}} 100\%}{\sqrt{3}} \approx 0,0498\%$$